Langage des probabilités

définition 1

Une expérience aléatoire est une expérience dont on ignore le résultat avant de la réaliser.

définition 2

L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de l'expérience. On note Ω (oméga) cet ensemble.

exemple 1

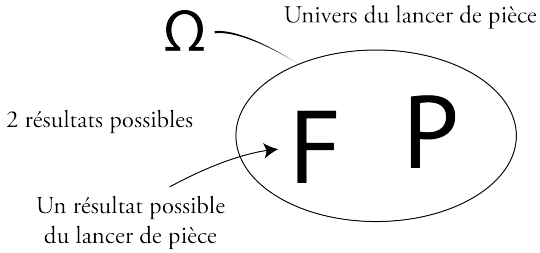
Expérience : Lancer d'une pièce.

Imaginons que nous lancions une pièce de monnaie et que nous regardions la face visible après que la pièce est retombée.

Les résultats possibles de l'expérience sont PILE et FACE. Ceux-ci sont au nombre de 2.

On note Card Ω = 2.





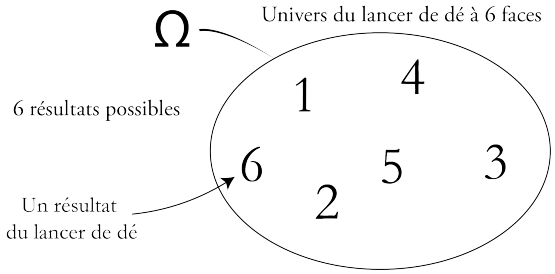
La délimitation ou détermination de l'univers d'une expérience aléatoire est importante dans l'appréhension de la situation considérée.

exemple 2

Expérience : Lancer d'un dé à 6 faces.

On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé à six faces et à relever le chiffre lisible. L'expérience réalisée est un lancer de dé.

Les résultats possibles de l'expérience sont les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6. L'univers est représenté ci-dessous. Celui-ci contient 6 résultats. On note Card Ω = 6.



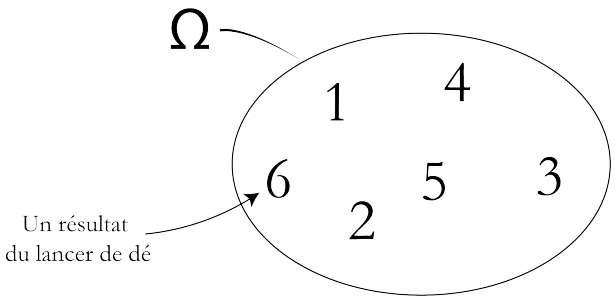
définition 3

Une événement est identifié à l'ensemble des résultats qui le réalisent.

exemple

Considérons à nouveau le lancer d'un dé à 6 faces.

L'univers Ω de l'expérience est :



Les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont les six résultats possibles du lancer de dé. On suppose qu'il n'existe aucun autre résultat possible, excluant que le dé reste en équilibre sur une arête, par exemple. La donnée de ces six résultats définit, délimite ou "circonscrit" l'univers de l'expérience du lancer de dé.

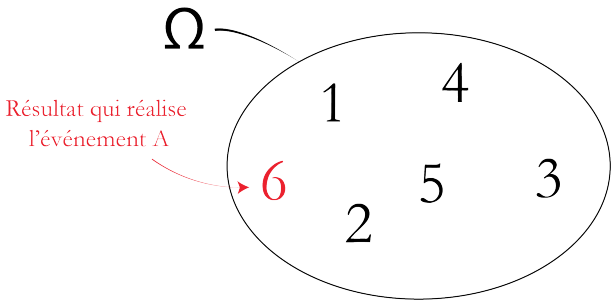
Quel type d'événement sommes-nous susceptibles d'évoquer dans le cadre de l'expérience aléatoire réalisée ?

Un événement énonçant la survenue ou l'obtention d'un résultat ou d'un type de résultat dans le cadre de l'expérience aléatoire réalisée, nous pouvons envisager des événements aussi divers que l'événement : "Le joueur obtient le 6" ou encore "Le joueur obtient un nombre impair".

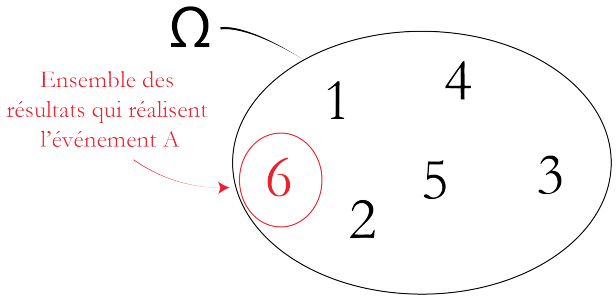
Considérons l'événement A : " Le joueur obtient le 6".

Nous remarquerons que la formulation d'un événement se fait généralement par l'attribution d'une lettre (ici, la lettre A) nommant l'événement, suivie de deux points et de l'énoncé décrivant l'événement entre guillemets.

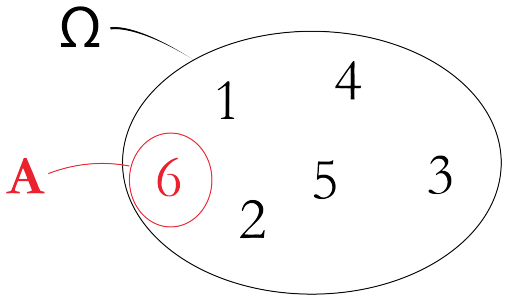
D'après la définition, l'événement A est identifié à l'ensemble des résultats qui le réalisent. Or, dans l'univers de l'expérience, il n'y a qu'un seul résultat (le résultat 6) qui réalise l'événement A.



Donc, l'ensemble des résultats qui réalisent l'événement A est l'ensemble contenant le seul résultat 6, comme représenté ci-après.

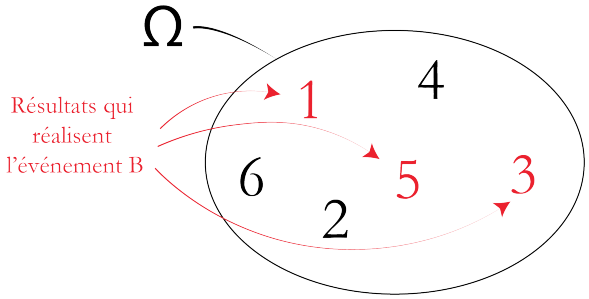


L'événement A est identifié à l'ensemble des résultats réalisant l'événement A.

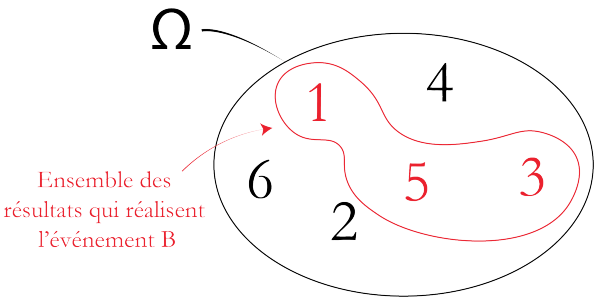


Nous sommes par conséquent dorénavant capables de représenter un événement comme l'événement A. Un événement se représentera par un sous-ensemble de l'ensemble de tous les résultats possibles de l'expérience, c'est-à-dire de l'univers Ω. Ici, Card(A) = 1.
On dit que A est un **événement élémentaire** car il n'est réalisé que par un seul résultat.

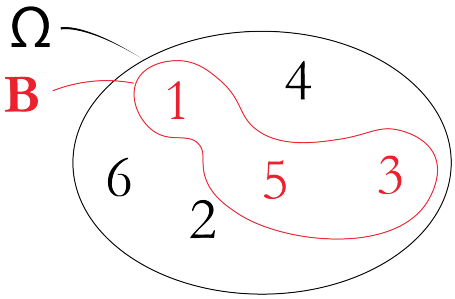
Considérons maintenant l'événement B : " Le joueur obtient un nombre impair".
Par définition, l'événement B est identifié à l'ensemble des résultats qui le réalisent.
Or, dans l'univers de l'expérience, il y a trois résultats qui réalisent l'événement B : les résultats 1, 3 et 5, tous impairs.



Donc, l'ensemble des résultats qui réalisent l'événement B est l'ensemble contenant les trois résultats 1, 3 et 5.



L'événement B est identifié à l'ensemble des résultats réalisant l'événement B.



L'événement B n'est pas un événement élémentaire car Card(B) = 3 ≠ 1.

définition 4

Faire des probabilités revient à assigner des poids entre 0 et 1 à des événements.

La probabilité d'un événement noté A s'écrit : $P(A)$.

Si A est un événement impossible, alors : $P(A) = 0$.

Si A est un événement certain, alors : $P(A) = 1$.

définition 5

Une situation d'équiprobabilité est une situation dans laquelle aucun résultat n'est favorisé.

conséquence

Dans situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement E est égale au quotient du nombre de résultats qui réalisent l'événement E sur le nombre total de résultats que contient l'univers. On écrit :

$$P(E) = \frac{card(E)}{card(\Omega)}$$

Dans l'exemple du lancer de dé ci-avant, la situation étant une situation d'équiprobabilité puisque le dé n'est pas truqué, on a :

$$P(A) = \frac{1}{6} \text{ et } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$