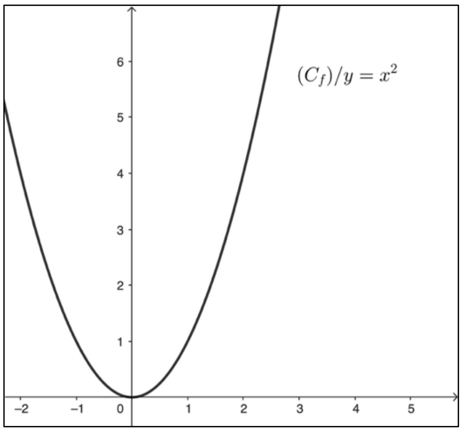
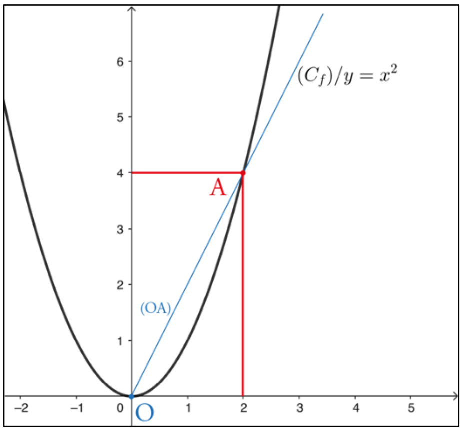
Découverte de la dérivation

Activité 3

1. La fonction carrée f est définie par $f(x) = x^2$. La courbe (C_f) a pour équation $y = f(x)$, c'est-à-dire : $y = x^2$.



2. L'ordonnée y_A du point A de la courbe (C_f) d'abscisse 2 est $f(2) = (2)^2 = 4$. Voir courbe ci-dessous.



On souhaite déterminer la pente de la courbe au point A d'abscisse 2.

3. Calculons la pente m de la droite (OA).

   On a : $m = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{4-0}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$

   La pente de la droite (OA) et la pente de la courbe (C_f) au point A d'abscisse 2 sont différentes, d'après la figure.

4. Calculons l'ordonnée y_B du point B de la courbe (C_f) d'abscisse 2,1.

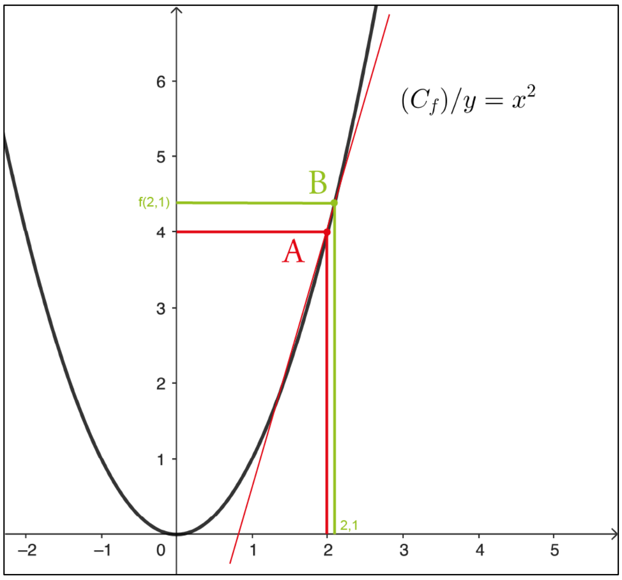
   $y_B = f(2{,}1) = (2{,}1)^2 = (2 + 0{,}1)^2 = (2)^2 + 2(2)(0{,}1) + (0{,}1)^2 = 4 + 0{,}4 + 0{,}0$

   Donc : $y_B = 4{,}41$.

5. Calculons la pente de la droite (AB).

   La pente de la droite (AB) est égale à : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4{,}41-4}{2{,}1-1} = \frac{0{,}41}{0{,}1} = 4{,}1$.

6. La pente de la droite (AB) et la pente de la courbe (C_f) au point A d'abscisse 2 sont très proches. Voir figure ci-dessous.



7. Calculons l'ordonnée du point C de la courbe (C_f) d'abscisse 2,001.

   $y_C = f(2{,}001) = (2{,}001)^2 = (2 + 0{,}001)^2 = (2)^2 + 2(2)(0{,}001) + (0{,}001)^2$

   D'où : $y_C = 4 + 0{,}004 + 0{,}000001$

   Donc : $y_C = 4{,}004001$

8. Calculons la pente de la droite (AC).

   La pente de la droite (AC) est égale à : $\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4{,}004001-4}{2{,}001-1} = \frac{0{,}004001}{0{,}001} = 4{,}001$.

9. La pente de la droite (AC) et la pente de la courbe (C_f) au point A d'abscisse 2 sont très proches l'une de l'autre.

On observe que, plus un point M est situé proche du point A, plus la pente de la droite (AM) est proche de la pente de la courbe en A.