exercices de synthèse

sur les vecteurs

exercice 1

On considère dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points $A(3; 1)$, $B(1; 5)$ et $C(-4; 2)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Montrer que : $AB = 2\sqrt{5}$.

3. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.

4. Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.

exercice 2

On considère dans la base orthonormé $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ *et* $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$.

On veut montrer que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ où a et b sont deux réels.

1. Traduire l'égalité vectorielle ci-dessous par un système de deux équations linéaires à deux inconnues a et b.

2. Résoudre le système et exprimer $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

exercice 3

On considère dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points $A(0; 0)$, $B(9; 0)$ et $C(0; 6)$.

On appelle centre de gravité du triangle ABC le point G du plan qui, pour tout point M du plan, vérifie la relation : $3\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point G.

2. Représenter dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ le triangle ABC.

3. Définir la médiane du côté AB d'un triangle ABC.

4. Représenter les trois médianes du triangle ABC.

5. Comment appelle-t-on le point de concours des trois médianes du triangle ? Lire graphiquement ses coordonnées. Conclure.

exercice 4

On considère dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points $A(0; 0)$, $B(8; 0)$ et $C(0; 6)$.

On appelle orthocentre du triangle ABC le point H du plan qui vérifie la relation vectorielle : $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ où O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

1. Définir la médiatrice d'un segment $[AB]$ et énoncé sa propriété fondamentale.
2. Comment appelle-t-on le point de concours (ou point d'intersection) des trois médiatrices d'un triangle ?
3. Définir la hauteur issue du sommet A d'un triangle ABC.
4. Comment appelle-t-on le point d'intersection des trois hauteurs d'un triangle ?
5. Déterminer les coordonnées du point O, centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
6. Déterminer les coordonnées de l'orthocentre H. Tracer la droite (OH).
7. Construire les trois médianes du triangle ABC et son centre de gravité G.
8. Déterminer les coordonnées du point G.
9. Déterminer $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$ et vérifier que $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$ sont colinéaires. Conclure.

exercice 5

On considère dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points $A(0; 3)$ et $B(2; 9)$.

Soit M un point du plan de coordonnées $(x\ ;\ y)$.

1. Déterminer $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$.
2. Dire que $M \in (AB)$ revient à dire que ?
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
4. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
5. A l'aide des hypothèses de l'énoncé, n'était-il pas possible de déterminer directement l'équation réduite de la droite (AB) ?

exercice 6

On considère dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points $C(-2; -5)$ et $D(4; 4)$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (CD) et l'équation réduite de celle-ci.