

déterminant et colinéarité

Exercice 6

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$ trois vecteurs définis dans une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminons si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

Calculons $\det(\vec{u}, \vec{v})$.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & -9 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} = 3 \times (-8) - (-9) \times 4 = -24 + 36 = 12 \neq 0$$

Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.

2. Déterminons si les vecteurs \vec{u} et \vec{w} sont colinéaires.

Calculons $\det(\vec{u}, \vec{w})$.

$$\det(\vec{u}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - \frac{3}{2} \times 4 = 6 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$$

Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{w} sont colinéaires.

3. Déterminons si les vecteurs \vec{v} et \vec{w} sont colinéaires.

Calculons $\det(\vec{v}, \vec{w})$.

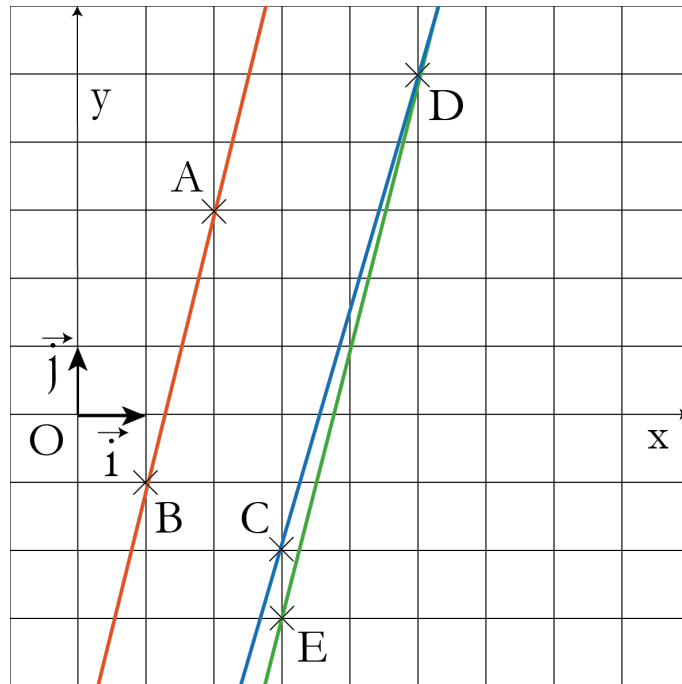
$$\det(\vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} -9 & \frac{3}{2} \\ -8 & 2 \end{vmatrix} = -9 \times 2 - \frac{3}{2} \times (-8) = -18 + 3 \times 4 = -18 + 12 = -6 \neq 0$$

Donc les vecteurs \vec{v} et \vec{w} ne sont pas colinéaires.

Parallélisme et colinéarité

Exercice 7

Soient $A(2 ; 3)$, $B(1 ; -1)$, $C(3 ; -2)$ et $D(5 ; 5)$ définis dans une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) .



1. Déterminons si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Déterminons \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 3 \\ 5 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Calculons $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 7 \end{vmatrix} = -1 \times 7 - 2 \times (-4) = -7 + 8 = 1 \neq 0.$$

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires, donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

2. Déterminons l'ordonnée y_E du point $E(3 ; y_E)$ tel que $(AB) // (ED)$.

Si $(AB) // (ED)$, alors \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{ED} sont colinéaires. Donc : $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}) = 0$.

$$\text{Or } \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}) = \begin{vmatrix} -1 & 5 - 3 \\ -4 & 5 - y_E \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 - y_E \end{vmatrix} = -1 \times (5 - y_E) - 2 \times (-4)$$

$$= -5 + y_E + 8 = y_E + 3$$

$$\text{Donc : } y_E + 3 = 0.$$

$$\text{En résultat : } y_E = -3$$

Alignement et colinéarité

Exercice 8

Soient $A(0 ; -2)$, $B(4 ; 1/2)$ et $C(9 ; 4)$ définis dans une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) .

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Déterminons \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 0 \\ \frac{1}{2} - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - 0 \\ 4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Calculons $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ \frac{5}{2} & 6 \end{vmatrix} = 4 \times 6 - 9 \times \left(\frac{5}{2}\right) = 24 - \frac{45}{2} = \frac{48}{2} - \frac{45}{2} = \frac{3}{2} \neq 0.$$

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires, donc les points A, B et C ne sont pas alignés.