

# vecteurs et colinéarité

## Déterminant et colinéarité

### Exercice 6

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$  trois vecteurs définis dans une base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminons si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

Calculons  $\det(\vec{u}, \vec{v})$ .

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & -9 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} = 3 \times (-8) - (-9) \times 4 = -24 + 36 = 12 \neq 0$$

Donc les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ne sont pas colinéaires.

2. Déterminons si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires.

Calculons  $\det(\vec{u}, \vec{w})$ .

$$\det(\vec{u}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - \frac{3}{2} \times 4 = 6 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$$

Donc les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires.

3. Déterminons si les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires.

Calculons  $\det(\vec{v}, \vec{w})$ .

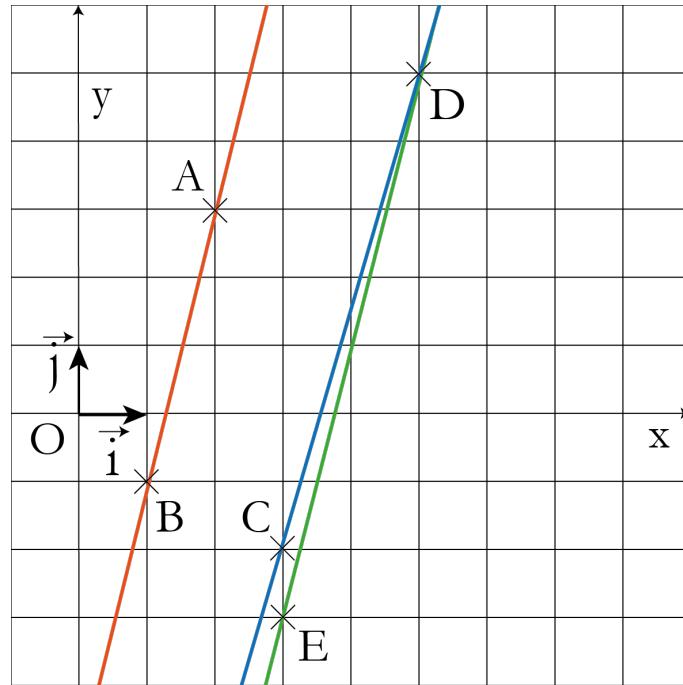
$$\det(\vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} -9 & \frac{3}{2} \\ -8 & 2 \end{vmatrix} = -9 \times 2 - \frac{3}{2} \times (-8) = -18 + 3 \times 4 = -18 + 12 = -6 \neq 0$$

Donc les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  ne sont pas colinéaires.

## Parallélisme et colinéarité

### Exercice 7

Soient A(2 ; 3), B(1 ; -1), C(3 ; -2) et D(5 ; 5) définis dans une base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$ .



- Déterminons si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Déterminons  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 3 \\ 5 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Calculons  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 7 \end{vmatrix} = -1 \times 7 - 2 \times (-4) = -7 + 8 = 1 \neq 0.$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  ne sont pas colinéaires, donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

- Déterminons l'ordonnée  $y_E$  du point E(3 ;  $y_E$ ) tel que (AB) // (ED).

Si (AB) // (ED), alors  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{ED}$  sont colinéaires. Donc :  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}) = 0$ .

$$\text{Or } \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}) = \begin{vmatrix} -1 & 5 - 3 \\ -4 & 5 - y_E \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 - y_E \end{vmatrix} = -1 \times (5 - y_E) - 2 \times (-4) \\ = -5 + y_E + 8 = y_E + 3$$

Donc :  $y_E + 3 = 0$ .

En résultat :  $y_E = -3$

## Alignement et colinéarité

### Exercice 8

Soient A(0 ; -2), B(4 ; 1/2) et C(9 ; 4) définis dans une base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Déterminons  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 0 \\ \frac{1}{2} - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - 0 \\ 4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Calculons  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ \frac{5}{2} & 6 \end{vmatrix} = 4 \times 6 - 9 \times \left(\frac{5}{2}\right) = 24 - \frac{45}{2} = \frac{48}{2} - \frac{45}{2} = \frac{3}{2} \neq 0.$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  ne sont pas colinéaires, donc les points A, B et C ne sont pas alignés.