

Résolution d'équation

La résolution d'une équation s'articule en quatre étapes, les deux premières étant généralement fusionnées :

- 1-2) je dis ce que je sais et ce que je fais : Résolvons l'équation ... (Eq),
- 3) je résous l'équation (Eq), et
- 4) j'énonce la ou les solutions de l'équation (Eq).

Pour résoudre une équation, on part d'une prémisse (ladite équation) que l'on transforme, par manipulations et simplifications successives, en une équation triviale dont la solution est évidente. Le raisonnement déroule, à partir de la prémisse, une suite d'assertions vraies, toutes équivalentes, jusqu'à une équation finale triviale. Les assertions sont connectées entre elles par le connecteur logique \Leftrightarrow ("équivalent à") ou par des mots clés tels que "donc", "ainsi", "d'où", "en résultat", par exemple ; l'emploi de ces mots masquant cependant le caractère réversible ("implicitement supposé mais non trivial") du raisonnement réalisé.

Exemple 1

Énoncé : Résoudre l'équation $3x - 7 = 11$.

Résolution :

Résolvons l'équation $3x - 7 = 11$. (étapes 1-2)

$$3x - 7 = 11 \Leftrightarrow 3x = 11 + 7 \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{3} = 6 \text{ (étape 3)}$$

En résultat, l'équation a pour solution 6. (étape 4)

Exemple 2

Énoncé : Résoudre l'équation $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{5}{2}x + \frac{1}{6}$.

Résolution :

On considère l'équation $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{5}{2}x + \frac{1}{6}$ (E). (étape 1- Je dis ce que je sais)

Résolvons (E) (étape 2 - Je dis ce que je fais)

$$\begin{aligned} (E) &\stackrel{\times 6}{\Leftrightarrow} \frac{6}{3}x - 2 \times 6 = 6 \times \frac{5}{2}x + \frac{6}{6} \Leftrightarrow 2x - 12 = 3 \times 5x + 1 \Leftrightarrow 2x - 12 = 15x + 1 \\ &\stackrel{+12}{\Leftrightarrow} 2x = 15x + 1 + 12 \Leftrightarrow 2x = 15x + 13 \stackrel{-15x}{\Leftrightarrow} 2x - 15x = 13 \Leftrightarrow -13x = 13 \Leftrightarrow \\ &x = \frac{13}{-13} = -1 \text{ (étape 3)} \end{aligned}$$

En résultat, l'équation (E) a pour solution -1. (étape 4)

Exemple 3

Énoncé : Résoudre l'équation $(2x - 1)(4x + 8) = 0$.

Résolution :

Résolvons l'équation $(2x - 1)(4x + 8) = 0$. (étapes 1-2)

$$(2x - 1)(4x + 8) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \text{ ou } 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \text{ ou } 4x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{8}{4} = -2 \text{ (étape 3)}$$

En résultat, l'équation a deux solutions -2 et $\frac{1}{2}$. (étape 4)

exercices

Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{4}{5}x - 1 = 5 \quad (E_1)$$

$$\frac{4}{5}x + 1 = x + 3 \quad (E_2)$$

$$(2x - 16)(3x - 1) = 0 \quad (E_3)$$

$$(x - 1)(-2x + 1) = 0 \quad (E_4)$$

$$\frac{1}{x - 1} = \frac{2}{x - 3} \quad (E_5)$$

$$\frac{2x - 6}{x - 4} = 1 \quad (E_6)$$