méthodologie et dérivation

Position du problème

Un problème récurrent auquel nous nous trouverons souvent confrontés en première scientifique sera celui de la détermination de la dérivée d'une fonction f. Concrètement… que signifiera pour nous dériver une fonction f ?
– Dériver une fonction f consistera en fait simplement à exprimer f '(x) en fonction de x à partir de la définition explicite de la fonction f, c'est-à-dire à partir de l'expression de f(x) en fonction de la variable x.

Dérivation des fonctions usuelles

Trois règles sont à mémoriser pour dériver les fonctions les plus simples…

Règle 1 $(ku)' = ku'$
Règle 2 $(u + v)' = u' + v'$
Règle 3 Si $f(x) = x^n$ où $n \in \mathbb{N}$, alors $f'(x) = nx^{n-1}$

Application

Déterminons f '(x) dans chaque cas mentionné ci-dessous :

On suppose : f(x) = 3x + 2, donc : f '(x) = 3.

On suppose : f(x) = x² + 5x, donc : f '(x) = 2x + 5.

On suppose : g(x) = 3x² + 2, donc : f '(x) = 3(2x) = 6x.

On suppose : f(x) = -5x² + 4x - 6, donc : f '(x) = -5(2x) + 4 = -10x + 4.

On suppose : f(x) = x³ - x² + 2x, donc : f '(x) = 3x² - 2x + 2.

On suppose : f(x) = 2x³ + 5x, donc : f '(x) = 2(3x²) + 5 = 6x² + 5.

On suppose : f(x) = -5x³ + 6x² + 3x + 1, donc : f '(x) = -5(3x²) + 6(2x) + 3 = -15x² + 12x + 3.

On suppose : f(x) = $3x + 4 + \frac{1}{x}$, donc : f '(x) = $3 - \frac{1}{x^2}$.

On suppose : f(x) = $-2x^2 - \frac{3}{x}$, donc : f '(x) = $-2(2x) - 3\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -4x + \frac{3}{x^2}$.

On suppose : f(x) = $\frac{2}{5}(3x + 2)$, donc : f '(x) = $\frac{2}{5}(3) = \frac{6}{5}$.

On suppose : f(x) = $\frac{4}{3}(5x^2 + 2x)$, donc : f '(x) = $\frac{4}{3}(5(2x) + 2) = \frac{4}{3}(10x + 2) = \frac{8}{3}(5x + 1)$.

On suppose : f(x) = $3\sqrt{x} + 4x$, donc : f '(x) = $3\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + 4 = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4$.

On suppose : f(x) = $-4\sqrt{x} + 2x + 1$, donc : $f'(x) = -4 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2 = -\frac{2}{\sqrt{x}} + 2 = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = 2\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}\right)$

On suppose : f(x) = $\frac{1}{2}x - \sqrt{x}$, donc : $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\sqrt{x} - 1\right)$

On suppose : f(x) = $x + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$, donc : $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

On suppose : f(x) = $-\frac{1}{x} + \frac{1}{3}x^3$, donc : $f'(x) = -\left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{3} \times 3x^2 = \frac{1}{x^2} + x^2$

On suppose : f(x) = 7x⁵ - 12x³ + 9x² + 100, donc : $f'(x)$ = 35x⁴ - 36x² + 18x