signe de la fonction dérivée et variations de la fonction

Tableaux de variation.

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	
Variation de f		

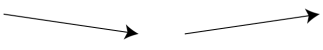
x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	
Variation de f		

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	
Variation de f		

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	
Variation de f		

x	$-\infty$	5	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variation de f			

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variation de f			

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variation de f			

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variation de f			

Compléter les tableaux de variation représentés ci-dessous.

x	-∞	1		3	+∞
Signe de f '(x)	+	0	-	0	+
Variation de f	↗		↘		↗

x	-∞	-2		1	+∞
Signe de f '(x)	-	0	+	0	-
Variation de f	↘		↗		↘

x	-∞	-4		5	+∞
Signe de f '(x)	-	0	+	0	-
Variation de f	↘		↗		↘

x	-∞	-3		-1	+∞
Signe de f '(x)	+	0	-	0	+
Variation de f	↗		↘		↗

Étudions les variations des fonctions définies ci-dessous.

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$.

   Déterminons $f'(x)$.

   On a : $f'(x) = -\frac{2}{3} < 0$. La fonction affine f est strictement décroissante sur l'ensemble des réels car sa pente est négative. La droite qui représente cette fonction descend.

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 3$.

   Déterminons $f'(x)$.

   On a : $f'(x) = -2x - 2 = -2(x + 1)$.

   Tableau de signe de $f'(x)$.

x	-∞		-1		+∞
Signe de -2x-2		+	0	-	

Tableau de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels.

x	-∞	-1	+∞
Signe de f'(x)	+	0	-
Variation de f	↗		↘

La fonction f est croissante sur $]-\infty;-1]$. Elle est décroissante sur l'intervalle $[-1;+\infty[$.

La parabole monte, puis descend. Son sommet S a pour abscisse -1.

L'ordonnée du sommet est $f(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4.$

3. Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f'(x) = 2x - 6 = 2(x - 3)$.

Tableau de signe de $f'(x)$.

x	-∞	3	+∞
Signe de 2x-6	-	0	+

Tableau de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels.

x	-∞	3	+∞
Signe de f'(x)	-	0	+
Variation de f	↘		↗

La fonction f est décroissante sur $]-\infty;3]$. Elle est croissante sur l'intervalle $[3;+\infty[$.

La parabole descend, puis monte. Son sommet S a pour abscisse 3.

L'ordonnée du sommet est $f(3) = (3)^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4.$

4. Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f'(x) = 2(3x^2) - 9(2x) + 12 = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2)$.

Étudions le signe du trinôme $x^2 - 3x + 2.$

Déterminons Δ, discriminant du trinôme.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1 > 0.$

Le trinôme admet deux racines distinctes.

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{2} = 1$ et $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{2} = 2$.

Le signe d'un trinôme étant du signe de $-a$ entre les racines, il sera donc négatif entre 1 et 2.

Tableau de signe de $f'(x)$.

x	-∞		1		2		+∞
Signe de x^2-3x+2		+	0	-	0	+	

Tableau de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels.

x	-∞		1		2		+∞
Signe de f '(x)		+	0	-	0	+	
Variation de f		↗		↘		↗	

5. Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{2}{x}$ sur $]-\infty; 0[\cup [0; +\infty[$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f'(x) = -2 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2}{x^2} > 0$.

La fonction f est strictement croissante sur $]-\infty; 0[\cup [0; +\infty[$.

6. Soit f la fonction définie par $f(x) = 2\sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f'(x) = 2 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ sur $]0; +\infty[$.

La fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.