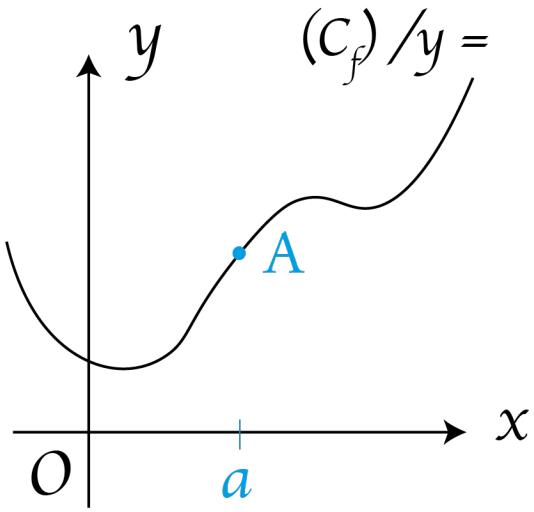
Activité autour de la dérivation Correction

1. On considère la courbe représentative de la fonction f ci-dessous.



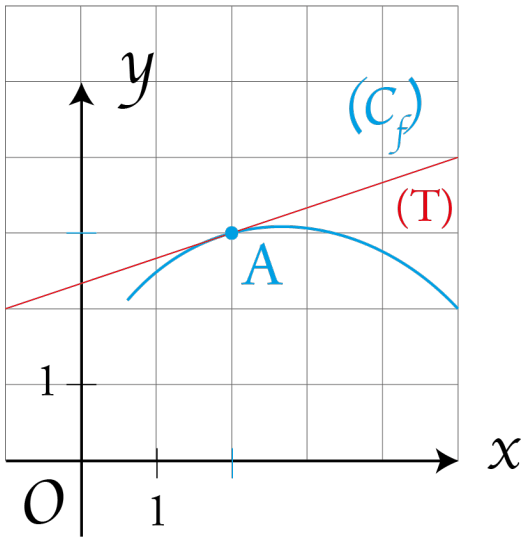
1.1. L'équation de la courbe représentative de la fonction f est : $y = f(x)$. Cette relation est vérifiée par les coordonnées de tous les points de la courbe.

1.2. Les coordonnées $(x\ ;\ y)$ de chacun des points de la courbe représentative de la fonction f vérifient l'équation $y = f(x)$.

1.3. On note que le point $A(a, y_A)$ appartient à la courbe.
$A(a, y_A) \in (C_f)/y = f(x)$, donc : $y_A = f(a)$.

1.4. $f(a)$ est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse a.
$f'(a)$ est la pente de la courbe au point A d'abscisse a. On dit plus rigoureusement que $f'(a)$ est la pente de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A de la courbe d'abscisse a.

2. On considère la figure ci-dessous.



2.1. L'équation de la courbe (C_f) représentative de la fonction f est : $y = f(x)$.

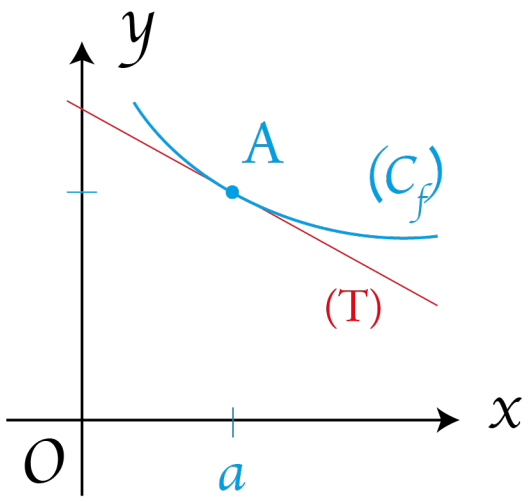
2.2. Les coordonnées du point A sont $(2; 3)$.
$A(2; 3) \in (C_f)/y = f(x)$, donc : $3 = f(2)$.

2.3. La pente de la courbe au point A est la même que la pente de la droite (T) représentée.
Déterminons la pente de la courbe en A.
D'après la figure, par lecture graphique, la pente de la tangente est égale à : $\frac{1}{3}$.
Quand on avance de 3 unités horizontalement, on monte de 1 unité.

2.4. En conséquence : $f'(2) = \frac{1}{3}$.

2.5. L'équation de la droite (T) s'écrit sous la forme : $y = \frac{1}{3}x + b$.
Or : $A(2; 3) \in (T)/y = \frac{1}{3}x + b$, donc : $3 = \frac{1}{3}(2) + b$.
D'où : $b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$.
Conclusion : (T) a pour équation réduite : $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$.

3. On considère la figure représentative de la fonction f. A est le point d'abscisse a de la courbe. (T) est la tangente à la courbe au point A. Sa pente est la pente de la courbe en A.



3.1. A possède pour coordonnées $(a; f(a))$.
La pente de la tangente (T) est : $f'(a)$.

3.2. Déterminons l'équation de la tangente (T) à la courbe au point d'abscisse a en fonction des données de l'énoncé.
L'équation de la droite (T) s'écrit sous la forme : $y = f'(a)x + b$.
Or : $A(a; f(a)) \in (T)/y = f'(a)x + b$, donc : $f(a) = f'(a)(a) + b$.
D'où : $b = f(a) - f'(a)(a)$.
Conclusion : (T) a pour équation réduite : $y = f'(a)x + f(a) - f'(a)(a)$.
L'équation s'écrit plus simplement : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.