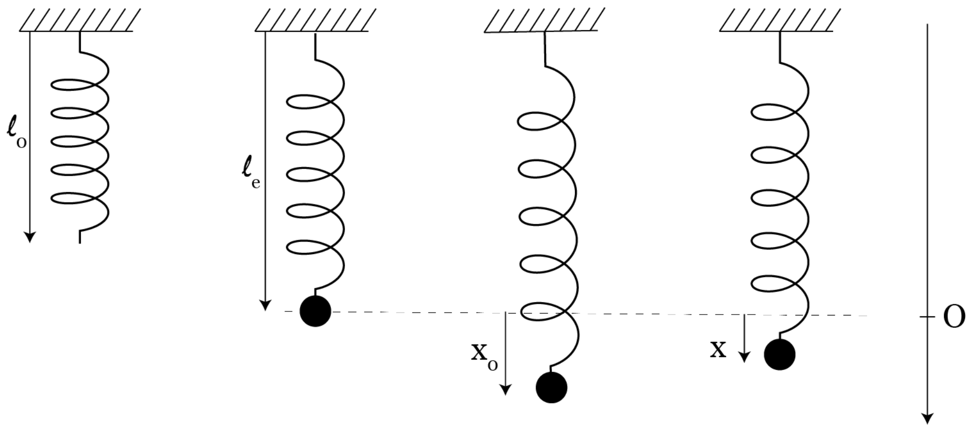
oscillations sinusoïdales

On considère un ressort élastique dont le coefficient de raideur ou d'élasticité est k (en N/m), ce qui signifie que la tension qui s'exerce sur le ressort lorsqu'on l'allonge de $\Delta\ell$ est égale à $k\Delta\ell$ (la tension d'un ressort est en effet proportionnelle à l'allongement du ressort si l'on n'excède pas une certaine limite).
Autrement dit : $T = k\Delta\ell$.

Au repos, on suppose que le ressort possède une longueur ℓ_0. Dans tout le problème, on néglige la masse du ressort
On attache à l'extrémité inférieure du ressort un objet de masse m., d'où un allongement du ressort. A l'équilibre, la nouvelle longueur du ressort est notée ℓ_e.

1. A l'aide des données ci-dessous, déterminer l'allongement du ressort $\Delta\ell$ à l'équilibre.



2. L'objet étant à l'équilibre, en déduire une relation entre m, g, k, ℓ_0 et ℓ_e.

On exerce maintenant une traction sur l'objet de masse m, allongeant ainsi le ressort de x_o par rapport à la position d'équilibre. Puis, on relâche l'objet, observant une oscillation de l'objet autour de la position d'équilibre repérée par le point O. on note x la position de l'objet par rapport à l'origine O.

3. Traduire la relation fondamentale de la dynamique avec les données du problème.

4. Montrer que la position de l'objet est solution de l'équation différentielle : $x" + \frac{k}{m}x = 0$ où x" est la dérivée seconde de la variable x par rapport au temps.

5. On pose $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Montrer que $x = A \times cos(\omega t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle.
   En traduisant les conditions initiales du problème, déterminer la valeur des paramètres A et φ.

6. Exprimer la position x de l'objet en fonction du temps après avoir étiré le ressort d'une longueur x_o.

7. Modéliser à l'aide de GeoGebra les oscillations du ressort dans le cas où m = 100g, k = 20 N/m, g = 10 N/m.s² et x_o = 3 cm.