dérivation de $\sin\theta(t)$ et $\cos\theta(t)$

dérivation de $\sin\theta(t)$

Considérons la fonction $h: t \longmapsto sin\big(\theta(t)\big)$ définie de l'ensemble des réels vers l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

$$x \xmapsto{\quad\quad\quad\quad h \quad\quad\quad\quad} \sin(\theta(t))$$

$$x \xrightarrow{\ g\ } \theta(t) \xrightarrow{\ f\ } \sin(\theta(t))$$

On écrit que : $h(t) = sin\big(\theta(t)\big) = f\big(\theta(t)\big) = f\big(g(t)\big) = (f \circ g)(t)$.

On dit que fonction h est la composée des fonctions f et g et on écrit $h = f \circ g$, f étant la fonction sinus et g étant la fonction qui à tout réel t associe $\theta(t)$.

cours sur la dérivation d'une fonction composée

$$\boxed{(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)}$$

Étant donnée la fonction h définie par l'expression $h(t) = sin\big(\theta(t)\big)$, on peut écrire : $h(t) = (f \circ g)(t)$ où f est la fonction sinus et g est la fonction θ.

Les dérivées des fonctions f et g sont définies par :

$$f'(t) = cos(t)$$

$$g'(t) = \theta'(t)$$

Par application de la formule de dérivation de deux fonctions composées, on obtient :

$$h'(t) = f'(g(t)) \times g'(t)$$

Ainsi : $h'(t) = \ f'\big(\theta(t)\big) \times \theta'(t) = cos(\theta(t)) \times \theta'(t)$

Conclusion : $(sin \circ \theta)'(t) = cos(\theta(t)) \times \theta'(t)$

dérivation de $\cos\theta(t)$

Considérons la fonction $h: t \longmapsto cos\big(\theta(t)\big)$ définie de l'ensemble des réels vers l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

$$x \xmapsto{\quad h \quad} \cos(\theta(t))$$

$$x \xrightarrow{g} \theta(t) \xrightarrow{f} \cos(\theta(t))$$

On écrit que : $h(t) = cos\big(\theta(t)\big) = f\big(\theta(t)\big) = f\big(g(t)\big) = (f \circ g)(t)$.

On dit que fonction h est la composée des fonctions f et g et on écrit $h = f \circ g$, f étant la fonction cosinus et g étant la fonction qui à tout réel t associe $\theta(t)$.

Étant donnée la fonction h définie par l'expression $h(t) = cos\big(\theta(t)\big)$, on peut écrire : $h(t) = (f \circ g)(t)$ où f est la fonction cosinus et g est la fonction θ.

Les dérivées des fonctions f et g sont définies par :

$$f'(t) = -sin(t)$$

$$g'(t) = \theta'(t)$$

Par application de la formule de dérivation de deux fonctions composées, on obtient :

$$h'(t) = f'(g(t)) \times g'(t)$$

Ainsi : $h'(t) = \ f'\big(\theta(t)\big) \times \theta'(t) = -sin(\theta(t)) \times \theta'(t)$

<u>Conclusion</u> : $(cos \circ \theta)'(t) = -sin(\theta(t)) \times \theta'(t)$