# probabilités et contrôle

La HADOPI (Haute autorité pour la diffusion des Œuvres et la Protection des droits sur Internet) souhaite estimer la proportion en France de jeunes âgés de 16 à 24 ans pratiquant au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet. Pour cela, elle envisage de réaliser un sondage.

Mais la HADOPI craint que les jeunes interrogés ne répondent pas tous de façon sincère. Aussi propose-t-elle le protocole suivant :

On choisit aléatoirement un échantillon de jeunes âgés de 16 à 24 ans.

Pour chaque jeune de cet échantillon :

• le jeune lance un dé équilibré à 6 faces ; l'enquêteur ne connaît pas le résultat du lancer ;

• l'enquêteur pose la question : "Effectuez-vous un téléchargement illégal au moins une fois par semaine ?" ;

— si le résultat du lancer est pair, alors le jeune doit répondre à la question par "Oui" ou "Non" de façon sincère ;

— si le résultat du lancer est "1", alors le jeune doit répondre "Oui" ;

— si le résultat du lancer est "3 ou 5", alors le jeune doit répondre "Non".

Grace à ce protocole, l'enquêteur ne sait jamais si la réponse donnée porte sur la question posée ou résulte du lancer de dé, ce qui encourage les réponses sincères.

On note **p** la proportion inconnue de jeunes âgés de 16 à 24 ans qui pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet.

On choisit aléatoirement un jeune faisant partie du protocole.

On note R l'événement : "le résultat du lancer est pair".

On note O l'événement : "le jeune a répondu Oui".

Démontrer que la probabilité **q** de l'événement "le jeune a répondu Oui" est :

$$q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$$