Une maladie, qui touche une personne sur mille peut être détectée par un test. Celui-ci a un taux d'erreurs positives de 5%, c'est-à-dire qu'il y a 5% de faux positifs. Un individu est soumis au test. Le résultat est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit effectivement atteint ?

Quelle est la probabilité que Paul soit atteint de la maladie rare ?

1 ‰ ☐ 1,96 % ☐ 0,95 ‰ ☐ 95 % ☐

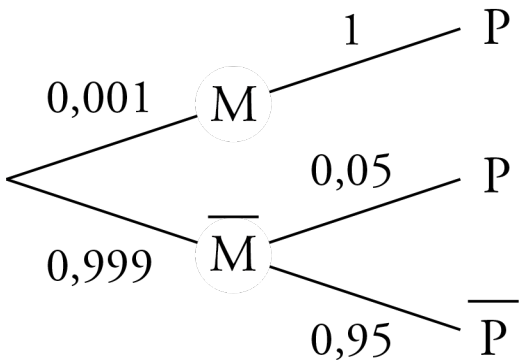
La plupart des individus interrogés, quelle que soit leur formation, surestiment très largement la probabilité qu'un patient testé positif soit malade et l'évalue majoritairement, par un raisonnement rapide, appelé heuristique (ici biaisé) à 95%. Le biais est un biais dit de négligence du taux de base, fondamental pour apprécier avec justesse ladite probabilité.

problème

Une maladie, qui touche une personne sur mille peut être détectée par un test. Celui-ci a un taux d'erreurs positives de 5%, c'est-à-dire qu'il y a 5% de faux positifs. Un individu est soumis au test. Le résultat est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit effectivement atteint ?

Considérons une population d'individus satisfaisant à l'hypothèse formulée (1 personne malade parmi 1000 personnes).
On choisit au hasard un individu dans la population considérée et on teste cet individu à l'aide du test mentionné (5% de faux positifs).
Soient M l'événement : "La personne choisie au hasard est malade", et
P l'événement : "La personne choisie est positive au test".

1. Arbre de probabilité traduisant la situation.



2. Déterminons $P(M \cap P)$.
D'après l'arbre, on a : $P(M \cap P) = 0{,}001 \times 1 = 0{,}001$.

3. Déterminons $P(P)$.
On a : $P(P) = P(M \cap P) + P(\bar{M} \cap P) = 0{,}001 + 0{,}999 \times 0{,}05 = 0{,}05095$.

4. Déterminons $P_P(M)$.
On a : $P_P(M) = \frac{P(M \cap P)}{P(P)} = \frac{0{,}001}{0{,}05095} = \frac{1}{50{,}95} \approx 1{,}96\%$.

5. La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il a été testé positif est de $1{,}96\%$.