méthodologie et dérivation Correction

1. dérivation d'un produit de deux fonctions

Application 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x+1)(2x-3)$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f(x) = u(x) \times v(x)$ avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = 2x-3$

$u'(x) = 1$ $v'(x) = 2$

Donc : $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ (J'applique la formule de dérivation au produit identifié)

D'où : $f'(x) = (1)(2x-3) + (2)(x+1) = 2x - 3 + 2x + 2 = 4x - 1$

Dans le présent cas, il serait cependant plus naturel de développer f(x).

En effet : $f(x) = (x+1)(2x-3) = 2x^2 + 2x - 3x - 3 = 2x^2 - x - 3$.

D'où : $f'(x) = 2(2x) - 1 = 4x - 1$.

Application 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = x\sqrt{x}$ (Je dis ce que je sais)

Déterminons $f'(x)$. (Je dis ce que je fais)

On a : $f(x) = u(x) \times v(x)$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{x}$ (J'identifie un produit de fonctions)

$u'(x) = 1$ $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc : $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ (J'applique la formule de dérivation au produit identifié)

D'où : $f'(x) = (1)(\sqrt{x}) + (x)(\frac{1}{2\sqrt{x}}) = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

Application 3

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x-1)e^x$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f(x) = u(x) \times v(x)$ avec $u(x) = x-1$ et $v(x) = e^x$

$u'(x) = 1$ $v'(x) = e^x$

Donc : $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

D'où : $f'(x) = (1)(e^x) + (x-1)(e^x) = e^x + xe^x - e^x = xe^x$.

2. Dérivation d'un quotient de fonctions

Application 4

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = x - 1$ et $v(x) = x + 1$

$u'(x) = 1$ et $v'(x) = 1$

Donc : $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

D'où : $f'(x) = \frac{(1)(x+1) - (x-1)(1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Application 5

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$. sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Déterminons $f'(x)$.

On a : $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = x^2 + 1$ et $v(x) = x + 1$

$u'(x) = 2x$ $v'(x) = 1$

Donc : $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

D'où : $f'(x) = \frac{(2x)(x+1) - (x^2+1)(1)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x-x^2-1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$.